

Описание системы Galactica

И.И. Смульский.

625000, Тюмень, а/я 1230, Институт криосферы Земли СО РАН,

jmulsky@mail.ru, <http://www.smull.newmail.ru/>

Завершено 14.02. 2012 г.

Скорректировано 14.03. 2012 г.

Содержание

1. Основные сведения о системе Galactica.
 2. Дифференциальные уравнения движения тел как материальных точек.
 3. Метод решения.
 4. Описание входного файла galacf26.dat.
 - 4.1. Общие сведения.
 - 4.2. Параметры для области взаимодействия.
 - 4.3. Общие параметры решения задачи.
 - 4.4. Параметры для выдачи траекторий определенных тел.
 - 4.5. Параметры для изображения результатов на экране дисплея.
 5. Файлы начальных условий и результатов интегрирования.
 6. Описание файлов траекторий 1t, 2t... traekt.prn.
 7. Описание файла сближений dice.dat.
 8. Выдача на экран дисплея.
 9. Образцы входных файлов galacf26.dat.
 10. Файлы начальных условий решенных задач.
 11. Файлы исполняемых модулей.
 12. Создание файла начальных условий.
 13. Порядок решения задачи.
- Литература.
- Приложение 1. Образец программы в среде MathCad для создания файла начальных условий.
- Приложение 2. Моды дисплея в стандартной графике Фортрана.

1. Основные сведения о системе Galactica

Система Galactica предназначена для решения задачи механического взаимодействия тел в виде материальных точек. Взаимодействие происходит по закону тяготения Ньютона. Файлы системы расположены в папке GalactcW. В ней имеется несколько папок: InCndFls, InpFiles и RunFiles и файлы GalDiscrp.pdf и GalDiscrE.pdf с описанием системы Galactica на русском и английском языках, соответственно.

В состав системы входят исполняемые модули с именем, например, glc3b30 – на суперкомпьютере в операционной системе Unix (glc3b30.exe – в системе DOS); входной файл galacf26.dat и файл исходных данных о взаимодействующих телах и начальных условий их движения с именем, например, sn69JPA2.dat. В дальнейшем с целью сокращения будем его называть как файл начальных условий.

Результаты работы исполняемого модуля выдаются в виде выходных файлов. Форма выдачи определяется ключами, которые задаются во входном файле galacf26.dat. Через определенное количество шагов могут выдаваться файлы с характеристиками движения тел, которые имеют имена: 1, 2, 3... garez28.dat. Файл garez28.dat выдается всегда по завершению. В нем содержатся характеристики тел на последнем шаге счета. Это основной вид выдачи результатов решения задачи.

Кроме того, при задании во входном файле galacf26.dat определенных ключей выдаются параметры траекторий тех тел, номера которых также заданы во входном файле. Имена файлов траекторий: 1t, 2t, 3t ... traekt.prn. Размеры файлов определяются количеством данных, которые задаются во входном файле.

При задании определенных ключей выдается файл dice.dat. В нем имеется время сближения, расстояние сближения и номер тела, с которым произошло сближение заданного тела. Каждая строка в файле dice.dat формируется за определенное количество шагов. Их число задано в файле galacf26.dat.

При определенном ключе выдается файл в двоичном коде (или в зависимости от вида машины в неформатированном виде) с именем galgon4. В нем сохранено все состояние задачи в двоичном виде на последнем шаге счета. При повторном запуске исполняемого модуля счет продолжается с этого шага. При этом данные с входного файла и файла начальных условий не считываются. Эта процедура необходима при решении задачи с большими временами счета. Перерывы в счете задачи в этом случае не ухудшают точность ее решения.

В случае появления нештатных ситуаций создается файл ошибок ErrGlctca, в котором приводится их описание. Эти ошибки связаны с открытием файлов, с их считыванием, недостаточной размерностью массивов и невозможностью обеспечить необходимую точность при расчете слияния тел в случае их столкновения.

В программе Galactica также имеется выдача результатов на дисплей персонального компьютера. Эти общие для всех тел параметры задачи позволяют следить за ходом ее решения и контролировать точность счета. При решении задачи на суперкомпьютере они сохраняются в файле выходного потока.

В варианте программы Galactica с графикой на экране дисплея персонального компьютера наряду с общими параметрами задачи выдаются изображения тел с их векторами скорости. Вид изображения определяется ключами и параметрами во входном файле galacf26.dat.

2. Дифференциальные уравнения движения тел как материальных точек

В современной механике накопилось много наслоений, которые затрудняют понимание того, как рассчитывать взаимодействия. Все разъяснения нижеизложенного алгоритма имеются в работах [1-3].

Файлы начальных условий и результатов интегрирования даны в относительных величинах, которые получены в результате приведения дифференциальных уравнений к безразмерному виду. Рассмотрим их более детально.

Согласно закону всемирного тяготения тело с номером k притягивает тело с номером i , и это притяжение выражается силой:

$$\vec{F}_{ik} = -G \frac{m_i m_k}{r_{ik}^3} \vec{r}_{ik}, \quad (1)$$

где G – гравитационная постоянная;

$\vec{r}_{ik}$ – радиус-вектор от тела с массой m_k до тела с массой m_i .

Если количество тел равно n , то на i -е тело остальные будут оказывать воздействие с суммарной силой

$$\vec{F}_i = -G m_i \sum_{k \neq i}^n \frac{m_k \vec{r}_{ik}}{r_{ik}^3}. \quad (2)$$

Под воздействием, выраженным силой (2), в соответствии со вторым законом механики $\vec{a} = \vec{F} / m$, i -ое тело будет двигаться относительно инерциальной (неускоренной) системы отсчета с ускорением

$$\frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = -G \sum_{k \neq i}^n \frac{m_k \vec{r}_{ik}}{r_{ik}^3}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

где $\vec{r}_i$ – радиус-вектор тела m_i относительно некоторого центра в инерциальной системе координат. Например, при рассмотрении взаимодействий в Солнечной системе $\vec{r}_i$ – радиус-вектор тела m_i относительно центра ее масс.

Соотношение (3) представляет систему $3n$ нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка, где n может быть любым. Количество тел n задается во входном файле galacf26.dat. Кроме того, массивы исполняемого модуля не должны иметь размерность меньшую n . Например, модуль glc3b30 позволяет рассчитывать взаимодействие включительно до $n = 30$ тел.

Дифференциальное уравнение (3) представлено в неускоренной (инерциальной) системе координат. Однако все тела движутся с ускорением, и только их центр масс C в системе взаимодействующих тел является неускоренным (при условии, что пренебрегается воздействие других тел на рассматриваемую систему тел). Как правило, из наблюдений получают координаты и скорости относительно какого-либо тела, с которым связана система координат. Например, в Солнечной системе для тела с массой m_i они могут быть относительно Солнца (S): координаты x_{Si} , y_{Si} , z_{Si} и скорости v_{xSi} , v_{ySi} , v_{zSi} . С их помощью определяются координаты и скорости центра масс Солнечной системы, которые в проекции на ось x имеют вид:

$$X_C = \sum_{i=1}^n m_i \cdot x_{Si} / M_{Ss}; \quad V_{xC} = \sum_{i=1}^n m_i \cdot v_{xSi} / M_{Ss}, \quad (4)$$

где n – количество тел Солнечной системы; $M_{Ss} = \sum_{i=1}^n m_i$ – масса Солнечной системы, а в общем случае M_{Ss} – масса всех взаимодействующих тел.

Следует отметить, что движение выбранного тела, в данном случае Солнца, со временем изменяется, а система отсчета продолжает движение без ускорения. Поэтому систему отсчета связывают с определенным моментом времени в движении избранного тела. Например, систему отсчета, связанную с плоскостью экватора Земли, относят к началу 50-летнего периода: система 1900.0 г., 1950.0 г. или 2000.0 года.

Координаты и скорости тел относительно центра масс C в проекции на ось x будут:

$$x_{Ci} = x_{Si} - X_C; \quad v_{xCi} = v_{xSi} - V_{xC}. \quad (5)$$

Здесь координаты выражены в метрах, время v – секундах, а массы – в килограммах.

Уравнения (3) при отнесении переменных к характерному размеру системы взаимодействующих тел Am и их массе M_{Ss} приводятся к безразмерному виду [1-2]. Для Солнечной системы величину Am мы определяем так, чтобы безразмерное время T было в сидерических столетиях. При этом величина Am получилась близкой к полуоси орбиты Плутона. Уравнения в безразмерном виде для проекции x выглядят так:

$$\frac{dv_{xi}}{dT} = - \sum_{k \neq i}^n \frac{m_{ok} (x_i - x_k)}{R_{ik}^3}, \quad (6)$$

где $x_i = x_{Ci} / Am$ – безразмерная координата i -того тела;

$m_{ok} = m_k / M_{Ss}$ – безразмерная масса k -того тела;

$R_{ik} = \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 + (z_i - z_k)^2}$ – безразмерное расстояние между i -тым и k -

тым телом;

$v_{xi} = v_{xCi} \cdot k_v$ – безразмерная скорость i -того тела;

$k_v = \sqrt{\frac{Am}{G \cdot M_{Ss}}}$ – коэффициент скорости в сек/м;

$T = t \cdot k_t$ – безразмерное время;

$k_t = \sqrt{\frac{G \cdot M_{Ss}}{Am^3}}$ – коэффициент времени в сид. ст./сек.

В файлах начальных условий в задачах для Солнечной системы безразмерное время $T = t \cdot k_t$ – выражено в сидерических столетиях по 36525.636042 дней в столетии.

В безразмерных единицах используются все величины в программе Galactica, в том числе радиусы тел (R_{a0}), их количества движения (P_{ox}), моменты количества движения

(M_{ox}), кинетическая (E_o) и тепловая (E_{to}) энергии. При задании двух масштабных величин Am и M_{ss} могут быть найдены коэффициенты k_v и k_t . После этого результаты решения могут быть пересчитаны к размерным величинам по следующим формулам:

$$\begin{aligned} t &= T/k_t; \quad x_{mi} = x_i \cdot Am; \quad v_{mi} = v_i/k_v; \quad R_{oi} = Ra_o \cdot Am; \quad P_x = P_{ox} \cdot M_{ss}/k_v; \\ M_x &= M_{ox} \cdot M_{ss} \cdot Am/k_v; \quad E = E_o \cdot M_{ss}/k_v^2; \quad E_t = E_{to} \cdot M_{ss}/k_v^2. \end{aligned} \quad (7)$$

В случае, если исходной масштабной величиной было время T , например в сидерических столетиях, то масштабная длина Am из выражения для k_t определяется по формуле

$$Am = (G \cdot M_{ss}/k_t^2)^{1/3}. \quad (8)$$

В режиме $K11 = 0$, т.е. при работе программы Galactica с заданием исходных и начальных условий на основании равномерно распределенной области вещества используется плотность тел ρ_b в кг/м^3 . По безразмерным радиусу Ra_{oi} и массе m_{oi} тел при заданной масштабной величине Am рассчитываются их размерные величины

$$Ra_i = Ra_o \cdot Am; \quad m_i = m_{oi} \cdot 3 \cdot \pi \cdot Ra_i^3 \cdot \rho_b / 4. \quad (9)$$

Затем рассчитывается вся масса тел $M_{ss} = \sum_{i=1}^n m_i$ и коэффициенты k_v и k_t .

Дальнейший расчет выполняется по формулам (10).

Итак, полученное с помощью программы Galactica решение задачи выбором масштабных факторов Am и M_{ss} может быть пересчитано к разнообразным ситуациям. Например, задача об эволюции вещества с образованием звезды и планет может быть использована для звезд, характеризующихся распределением вещества в широких пределах. Результаты этой задачи могут быть также пересчитаны к таким масштабам, при которых образуются галактики. Или, наоборот, при уменьшении величин Am и M_{ss} можно использовать результаты для изучения взаимодействия тел на микроуровне.

3. Метод решения

Дифференциальные уравнения движения тел (6) в программе Galactica интегрируются следующим методом. Значение функции в следующий момент времени $T = T_0 + \Delta T$ определяется с помощью ряда Тейлора, который, например, для координаты x имеет вид:

$$x = x_0 + \sum_{k=1}^K \frac{1}{k!} x_0^{(k)} (\Delta T)^k, \quad (10)$$

где $x_0^{(k)}$ – производная порядка k в момент T_0 .

Значение скорости $x' = v_x$ определяется по аналогичной формуле, а ускорение $x_0'' = \frac{dv_{xi}}{dT}$ – по формуле (6). Более высокие производные $x_0^{(k)}$ определяются по аналитическим выражениям, которые мы вывели в результате дифференцирования уравнений (6). Сейчас используется расчетная схема шестого порядка, т.е. при $K=6$. При этом шестая производная определяется по разности пятых производных. Добавление каждой производной, за исключением шестой, увеличивало точность решения на 3 порядка. Шестая производная увеличивает точность на 2.5 порядка. Этот метод обеспечивает высокую точность и хорошую ее динамику. Например, при двойной длине числа (17 десятичных знаков) погрешность не увеличивается с продолжением времени счета.

При разработке метода было использовано более десяти различных способов контроля точности [4-5]. Ряд из них используется в программе Galactica для слежения за погрешностями, и сведения о точности выдаются в файлах результатов работы программы. Конкретные данные о точности приведены в [4-5] и др. опубликованных наших работах, а также даны ниже в других параграфах. По результатам решения задачи пользователь может видеть точность полученных результатов и в случае необходимости может ее изменить.

Алгоритм программы Galactica в настоящем Описании не приводится, но некоторые его элементы по мере их привлечения для объяснения ее результатов даны в последующих пунктах.

4. Описание входного файла galacf26.dat

4.1. Общие сведения

В табл.1 приведены параметры входного файла galacf26.dat, причем дополнительно в столбце 1 даны их номера. Все параметры можно подразделить на 4 группы: 1) параметры для области взаимодействия; 2) общие параметры решения задачи; 3) параметры выдачи траекторий определенных тел; 4) параметры для изображения результатов на экране дисплея.

Числами с точками в 4-ом столбце Табл. 1 приведены действительные величины, а без точки – целые. Действительные величины используются в формате F11.4, целые K1max, Ltk, Ltk2, k2, K13, K111 и K1i – в формате I12, а остальные – в формате I5. Строковая переменная используется в формате A12.

В первой строке второго столбца Табл. 1 приводится дата варианта создания файла, например, 01.02.2012.

4.2. Параметры для области взаимодействия

В 1-ой группе с номерами строк 1÷20 и 22 приведены параметры для задания исходных данных и начальных условий для взаимодействующих тел, которые получаются из равномерно распределенного вещества в некоторой области пространства. Область задается в строках 1-3 Табл. 1 в виде параллелепипеда со сторонами A, B и C. Размеры их относительно и отнесены к наибольшей стороне A, т.е. A = 1. Начало этой области имеет координаты X0, Y0 и Z0. Вдоль оси X область разделена на Mu промежутков. Размер области B или C разделен на одинаковые по длине промежутки, которые близки к промежутку между делениями стороны A. Масса всей области определяется ее объемом A·B·C.

Таблица 1. Содержание входного файла

No	Описание параметра	Параметр	Величина, начиная с 60 позиции
1	Area length along axis X (A = 1) 01.02.2012	A	1.
2	Area height along axis Y (B <=1)	B	1.
3	Area thickness along axis Z (C <=1)	C	1.
4	Initial X coordinate of area	X0	0
5	Initial Y coordinate of area	Y0	0
6	Initial Z coordinate of area	Z0	0
7	Number of divisions of axis X	Mu	2
8	Relative initial density of the area	Ro0	1.
9	Relative initial density of the point body	RoS	2.
10	X - coordinate of the separate body	Xs	1.5
11	Y - coordinate of the separate body	Ys	0.5
12	Z - coordinate of the separate body	Zs	0.5
13	Velocity of the separate body along axis X	Us	-0.4
14	Velocity of the separate body along axis Y	Vs	-0.15
15	Velocity of the separate body along axis Z	Ws	0.5
16	Angular velocity of rotation of area	wu	0.0
17	Relative X-coordinate of the axis of rotation	X01	0.5
18	Relative Y-coordinate of the axis of rotation	Y01	0.5
19	Absolute average density of the area, kg/m ³	Roa	1.E-7
20	Absolute density of bodies, kg/m ³	Rob	5000.
21	Depiction with respect to first body (below)	K110	0
22	Step time integration at K11=0	dt	5.0e-4
23	Maximum dimension of TR array	K1max	6000

24	Number of integration steps in one cycle	Ltk	1000
25	Number of cycles	Ltk2	1
26	Key input data from file 4	K11	2
27	Key start of counting time	K14	1
28	Search of encounters of body No. at K13	Nbd	0
29	Key of writing data to file	K17	0
30	Number of interacting bodies	k2	12
31	Steps interval of data (pictures) output	K13	500
32	Beginning step-by-step of data (pctrs) output	K111	0
33	Key of writing of the trajectory parameters	K112	0
34	Steps interval of trajectory parmtrs output	Kli	50
35	Display mode	Nre	0
36	Correction of the area size on the screen	K114	1
37	Coefficient of area form on the screen	af	0.72
38	Coefficient of mass size of the screen	Rd	0.08
39	Coefficient of velocity on the screen	amv	3.
40	Crrctn factor of step dtk at bodies' mergence	bt	0.8
41	Flat depiction of layer to Z	Ke	0
42	Rotation of area relative to X-axis by angle	al	10.
43	Rotation of area relative to Y-axis by angle	bet	20.
44	Begining of screen area along x	Xe0	300.
45	Begining of screen area along y	Ye0	280.
46	Image size in x	aix	150.
47	Image size in y	biy	70.
48	The initial data file name	FIMA4	sn2010Ap.dat
49	Number issued bodies for their trajectories	Np	2
50	Key of output of the body velocity	K115	0
51	Velocity colour of the first body	ipp(1)	3
52	Free key of the first body	jpp(1)	1
54	Number of the first body	kpp(1)	64
55	Velocity colour the second body	ipp(2)	5
56	Free key of the second body	jpp(2)	1
57	Number of the second body	kpp(2)	65
58	Velocity colour of the third body	ipp(3)	8
59	Free key of the third body	jpp(3)	1
60	Number of the third body	kpp(3)	1

Кроме тел, полученных разбиением области на одинаковые объемы, можно задать отдельное тело. Его масса определяется относительной плотностью RoS в строке 9. Величина RoS отнесена к относительной плотности области $Ro0$, т.е. последняя задается как $Ro0 = 1.0$. Параметрами Xs , Ys и Zs задаются относительные координаты отдельного тела. Если отдельное тело находится на расстоянии, большем промежутка между уже имеющимися телами, то это тело добавляется к общему количеству тел.

Радиусы тел рассчитываются по их объемам, абсолютной плотности Rob , исходя из их сферической формы. Координаты тел задаются в узлах, а их скорости приравниваются нулю. Скорость отдельного тела задается параметрами Us , Vs и Ws . Массы всех тел приводятся к массе всей системы.

Для задания начальных скоростей тел имеется возможность задать вращение всей области с угловой скоростью wi . Положение оси вращения задается координатами $X01$ и $Y01$. Ось вращения параллельна оси Z .

Для интегрирования этих задач шаг интегрирования задается в строке 22 параметром dt . Вся система начальных условий для этих тел создается в системе центра масс. Однако при введении отдельного тела система тел уже не приведена к центру масс. Поэтому в процессе их взаимодействия в системе может появиться направленное движение.

4.3. Общие параметры решения задачи

Эта группа параметров представлена в строках Табл. 1: 21, 23÷32, 40, 48.

Начнем со строки 24, а строку 23 рассмотрим ниже. Ltk – число шагов интегрирования. Оно не может превышать максимальное значение целого числа двойной точности 2147483647. В случае необходимости, большее число шагов задается параметром Ltk2>1. Это число повторения циклов с Ltk шагами.

Ключ K11 имеет пять значений: 0, 1, 2, 3 и 4. При K11 = 0 не используется файл начальных условий, а все данные задачи определяются параметрами, описанными в п. 4.2. При K11 = 1 исходные и начальные условия считываются из файла результатов garez28.dat. В этом случае идет продолжение предыдущего решения задачи. Однако, при этом точность уменьшится за счет округлений при переходе от двоичных чисел к десятичным в момент создания файла garez28.dat. В большинстве случаев такое уменьшение точности не существенно. Перед запуском задачи в файле garez28.dat можно изменить шаг dT. Это позволяет с большей или меньшей точностью просчитать определенные этапы задачи.

При K11 = 2 исходные и начальные условия считываются из файла, имя которого вводится в строке 48 параметром FIMA4. Следующие два значения 3 и 4 ключа K11 включают режим продолжения счета без изменения точности. В этом случае после каждого этапа счета, который определяется ключами K17 и K13, создается неформатированный (двоичный) файл galgon4. При новом запуске задачи игнорируется чтение входного файла и файла начальных условий, а все условия задачи считываются с файла galgon4. При необходимости некоторые условия задачи можно изменить. Для этого разработана дополнительная программа, которая в данный набор программ не входит. Значения ключей отличаются тем, что при первом запуске задачи при K11 = 3 решение начинается с файла garez28.dat, а при K11 = 4 – с имени файла, которое определено параметром FIMA4.

При первоначальном счете задачи с ключами K11 = 2 или 4 первый шаг уменьшается в 1000 раз, т.е. равен 0.001·dT.

При значении ключа K14 = 1 в строке 27 продолжается счет времени T со значения, данного в файле начальных условий, а при K14 = 0 счет времени начинается с T = 0.

Параметр Nbd указывает номер тела, для которого будут запоминаться сближения с телами на минимальные расстояния на интервале шагов K13. В этом случае создается файл dice.dat, в который после K13 шагов заносится характеристики сближения: время, расстояние и номер тела. При Nbd = 0 сближения не ищутся, и файл dice.dat не создается.

При значении ключа K17 = 1 в строке 29 через K13 число шагов происходит выдача результатов интегрирования задачи на промежуточных интервалах. Они формируются в файлах 1, 2, 3 ... garez28.dat. Общее число файлов определяется как Ltk·Ltk2/K13. При запуске задачи на счет необходимо удостовериться, что число файлов не будет запредельно большим. Промежуточной выдачи результатов не происходит при ключе K17 = 0.

Параметр k2 в строке 30 определяет число взаимодействующих тел. Если массивы исполняемого модуля имеют размерность меньшую k2, на экран дисплея и в файл ошибок ErrGltsa будет выдано сообщение «*08G Change the dimension of arrays *** Change l2 >= k2», где k2 – заданное число. В этом случае нужно перейти на исполняемый модуль с большим числом тел. Следует также иметь ввиду, что из файла начальных условий будет считываться количество параметров для k2 тел, независимо от того, для скольких тел они приведены в файле.

В строке 31 параметр K13 определяет число шагов, через которое происходит выдача результатов интегрирования в файлы: 1, 2, 3 ..., а также на экран дисплея персонального компьютера (в файл выходного потока суперкомпьютера). Необходимо иметь ввиду, что большая частота выдачи результатов уменьшает скорость счета программы Galactica.

Ключ K111 в строке 32 задает номер шага, начиная с которого в течение 10 шагов dT будет идти пошаговая выдача результатов. С помощью этого ключа предоставляется возможность детально изучить ситуацию, которая обнаружилась в отделенном от начала счета месте. При K111 = 0 эта опция отключается.

В строке 40 задается коэффициент коррекции bt шага dT при слиянии тел. Его целесообразно варьировать в ситуациях, когда при сближении тел расчет их слияния затрудняется.

В строке 48 параметр FIMA4 определяет имя файла исходных данных и начальных условий. Имя файла может быть задано строковой переменной с символами не более 12.

4.4. Параметры выдачи траекторий определенных тел

Для исследования траекторий определенного тела необходимо иметь его кинематические характеристики с высоким разрешением по времени. Для этой цели предназначены параметры 33-34 и 49-60. Ключ K112 = 1 в строке 33 включает опцию записи параметров траектории в файл. При этом выбираются кинематические данные определенных тел через заданное число шагов и после накопления их количества, определенного параметром K1max, выводятся в файлы траекторий 1t, 2t, 3t ... traekt.prn. Параметром K1i определяется число шагов по времени dT выборки кинематических характеристик тел.

Параметр Nr в строке 49 определяет количество тел, для которых выводятся характеристики траекторий. А ключ K115 = 1 в строке 50 включает опцию выдачи компонент скорости. При K115 = 0 выдаются только координаты тел.

В последующих строках тройками параметров ipp(), jpp(), kpp() задается каждое тело. Номер тела определяет параметр kpp(). Параметр ipp() определяет цвет вектора скорости при использовании исполняемого модуля программы Galactica с графическим режимом. Параметр jpp() – не используется в настоящей версии программы. Цифрами в скобках при вышеупомянутых параметрах даны номера последовательности тел в файлах траекторий 1t, 2t, 3t ... traekt.prn. Величина этих файлов определяется K1max. В представленных компиляциях исполняемых модулей величина K1max не должна превышать 15000. Для этих же модулей число тел Nr не должно превышать 3 при K115 = 1 и не должно превышать шести тел при K115 = 0. Для задания дополнительных трех тел в файле galacf26.dat добавляются три строки с параметрами ipp(), jpp() и kpp() для каждого тела.

В случае неверного задания вышеупомянутых параметров в файл ошибок ErrGlctca и на экран дисплея выдается сообщение «*05G Change the dimension of TR *** K112d0 = 750, K112e0 = 20.» Здесь 750 и 20 – заданные размеры двумерного массива для параметров траекторий TR(K112d0, K112e0), где K112d0 – количество записей, а K112e0 – количество чисел в одной записи.

4.5. Параметры для изображения результатов на экране дисплея

Строками 21, 35-39, 41-47 в Табл. 1 задаются параметры для изображения тел и векторов их скоростей (см. рис. 1) на экране. Эти параметры используются при работе исполняемых модулей с графикой.

Используется система координат та же, что и в файле начальных условий, т.е. связанная с центром масс всей системы. Если необходимо представить движение тел относительно какого-либо тела, то в строке 21 для ключа K110 задается значение 1. В этом случае изображение координат и скоростей всех тел выдается относительно тела, номер которого задан параметром kpp(1) в строке 54.

Интервал шагов выдачи изображений задается, как уже упоминалось, ключом K13 в строке 31. Параметр Nre в строке 35 используется для учета моды дисплея. Моды дисплея в стандартной графике Фортрана приведены в Приложении 2. Влияние моды зависит от особенностей компьютера и исполняемого модуля. Необходимое значение может быть выбрано из представленных в Приложении 2. Значение Nre = -3 является, по-видимому, наиболее приемлемым.

Параметр K114 в строке 36 для обеспечения видимости тел при неограниченном расширении системы в данной версии программы Galactica не используется.

Параметр af в строке 37 позволяет сохранить форму изображения, например, квадрат представить как квадрат, а не как прямоугольник. При изображении тела и скорости их размеры на экране определяются с помощью отнесения к максимальным значениям массы и скорости. Это позволяет их видеть на экране при изменении масс и скоростей тел в широких диапазонах при решении задачи. Для первоначального изображения тела на дисплеях разной конфигурации используются корректирующие коэффициенты Rd и amv в строках 38 и 39.

Если система тел представлена многослойной областью вдоль оси Z, то с помощью параметра Ke можно задать номер слоя, тела которого будут выведены на экран. При Ke = 0 эта опция отключена.

В строках 42 и 43 задаются повороты системы тел при изображении относительно осей X и Y с помощью параметров al и bet, соответственно. Эти величины задаются в градусах.

В строках 44 и 45 с помощью параметров Xe0 и Ye0 задается верхнее левое начало области изображения на экране. Для изменения масштаба изображения вдоль осей X и Y используются параметры aix и biy, соответственно. Чтобы увеличить изображение, необходимо увеличить aix и biy.

Как уже ранее отмечалось, вектора скоростей отдельных тел можно выделить определенным цветом. Номер тела задается параметрами kpp() в строках 54, 57 и т.д., номер цвета – параметрами ipp() в строках 51, 55 и т.д. В стандартных графических операторах Фортрана соответствие между видом цвета и его номером представлено файлом FrtnColr.bmp в папке InpFiles.

Вид изображения зависит также от параметра Mu. Поэтому желательно задавать значение этого параметра, а также параметры B и C в 2-ой и 3-ей строках такими, какими они имеются в файле начальных условий. Позиции этих параметров описаны в п. 5.

Форма изображения результатов интегрирования зависит от многих факторов, в том числе от версии Фортрана и компилятора, от операционной системы компьютера и от вида экрана и его разрешения. В папке InCndFls с образцами файлов начальных условий решенных нами задач приведены изображения тел в файлах с расширением «.bmp». Имена этих файлов совпадают с именами файлов начальных условий. Например, для файла начальных условий sn49jplc.dat изображения тел приведены в файле Sn49jplc.bmp.

Изображения тел также имеются в папке InpFiles\Area. Здесь представлено 6 образцов входного файла galacf26.dat, в именах которых вместо расширения dat приведены другие символы. Они означают тип задачи, в которой рассматривается взаимодействие тел, образованных из области вещества. Изображение тел этой задачи в начальный момент времени представлено файлами с расширением bmp, а их имена представлены символами из имени входного файла. Например, входной файл galacf26.64r представляет взаимодействие 64 радиально движущихся тел, а в файле 64r.bmp представлено их изображение.

Приведенные во входных файлах этой папки вариации параметров для изображения позволяют увидеть их влияние на образцах графических файлов.

5. Файлы начальных условий и результатов интегрирования

Файлы начальных условий, например: sn49f.dat, sn49jplc.dat и др. в папке InCndFls, а также выходные файлы: 1, 2, 3 и т.д. и файл garez28.dat имеют одинаковую структуру. При описании файлов будем использовать два вида обозначения данных: 1) прямым шрифтом без индексов, и 2) курсивом. Первый вид применяется в программах, а второй вид – в печатных материалах.

Каждый из вышеупомянутых файлов начинается из набора 24 чисел: T0, omm, Um, dTp, Px, Py, Pz, AMx, AMy, AMz, Spsx, Spsy, Spsz, E, Em, Ett, dT, i2b, j2b, k2b, A, B, C, Mu. Эти числа являются общими для всех взаимодействующих тел. Затем следуют пятнадцать

чисел для каждого k -ого тела: $om(k)$, $(X(k,q), q=1,3)$, $(U(k,q), q=1,3)$, $(dUp(k,q), q=1,3)$, $(Sp(k,q), q=1,3)$, $Ra(k)$, $Et(k)$. Здесь q – индекс перечисления переменных по трем координатам x , y , z .

Общие параметры представляют собой следующее:

T_0 – время в относительных единицах, например, в файлах для Солнечной системы в сидерических столетиях по 36525.636042 дней в столетии;

omm – максимальная масса тела, отнесенная к массе всех тел;

Um – максимальная скорость в относительных единицах;

dTr – шаг по времени в относительных единицах на предыдущем шаге счета;

Px , Py , Pz – проекции количества движения всей системы тел на оси координат;

AMx , AMy , AMz – проекции момента количества движения всей системы тел;

$Spsx$, $Spsy$, $Spsz$ – проекции суммы моментов количеств движений от собственного вращения тел вокруг своих осей (проекции спинов);

E – суммарная кинетическая энергия всех тел в данный момент T_0 ;

Em – максимальная кинетическая энергия всех тел от начала интегрирования;

Ett – тепловая энергия всех тел, которую они приобрели при их слиянии в результате столкновения;

dT – текущий шаг по времени в относительных единицах;

$i2b$, $j2b$, $k2b$ – количества узлов в результате деления массива с веществом по осям x , y и z , соответственно;

A , B , C – размеры этого массива по осям x , y , z ;

Mu – число промежутков деления массива по оси x .

Последние семь параметров используются при задании взаимодействующих тел в виде области равномерно распределенного в пространстве вещества с плотностью $Ro0$.

Далее следуют 15 параметров для каждого тела:

$om(k) \div m_{ok}$ – безразмерная (относительная) масса $k = i$ -того тела (k и i – номера тел в разных документах);

$(X(k,q), q=1,3) \div x_i, y_i, z_i$ – безразмерные барицентрические координаты $k = i$ -тела; для файлов Солнечной системы в экваториальной системе координат;

$(U(k,q), q=1,3) \div v_{xi}, v_{yi}, v_{zi}$ – безразмерные скорости $k = i$ -того тела;

$(dUp(k,q), q=1,3) \div x_i^{(5)}, y_i^{(5)}, z_i^{(5)}$ – безразмерные производные пятого порядка $k = i$ -того тела;

$(Sp(k,q), q=1,3) \div S_{pxi}, S_{pyi}, S_{pzi}$ – безразмерные моменты количества движения (спины) от собственного вращения $k = i$ -того тела. Спины появились у тела, если оно образовалось слиянием других тел в результате их сближения на расстояние, меньшее суммы их радиусов. Изначально вращение тел можно не учитывать и их спины задавать $S_{pxi}=S_{pyi}=S_{pzi}=0$. Так сделано в приведенных ниже образцах файлов начальных условий.

$Ra(k)$ – безразмерный эквивалентный радиус $k = i$ -того тела; он рассчитывается по массе и средней плотности тела при его сферической форме;

$Et(k) - E_{ti}$ – безразмерная тепловая энергия $k = i$ -того тела. Она возникла при слиянии нескольких тел в одно за счет перехода кинетической энергии в тепловую.

Изначально тепловая энергия тел может не учитываться, т.е. $E_{ti}=0$, например, в приведенных образцах файлов начальных условий $E_{ti}=0$. При слиянии тел с массами m_{oi} и m_{ok} тепловая энергия слившегося тела определяется по формуле:

$$E_{ti} = \frac{m_{ok} m_{oi} v_{rki}^2}{2(m_{ok} + m_{oi})}, \quad (11)$$

где $m_{oi} \geq m_{ok}$, а v_{rki} – безразмерная радиальная скорость тела с массой m_{ok} относительно тела с массой m_{oi} .

После слияния масса i -того тела увеличивается: $m_{oi} + m_{ok}$, а масса k -того тела приравнивается нулю. Изменения координат, проекций скорости и спина, радиуса тела, которые вызваны слиянием, пересчитываются по алгоритму (см. параграф 11.3 книг [1-2]).

В последней строке файла начальных условий могут быть даны пять чисел: дата создания начальных условий, количество тел, масса системы, масштабный размер в метрах и коэффициент скорости: дата, k_2 , M_{ss} , Am , k_v . Причем дата приведена целым числом из восьми чисел: год, месяц и день. Эта строка не считывается программой Galactica и отсутствует в файлах результатов.

6. Описание файлов траекторий 1t, 2t... traekt.prn

Как уже упоминалось в п. 4.4 имена файлов траекторий могут быть: 1t, 2t, 3t ... traekt.prn. Все они имеют одинаковый состав, за исключением завершающего файла traekt.prn. Каждая запись относится к одному моменту времени и содержит K12e чисел. Их количество определяется выражением

$$K12e = 3 \cdot (K115 + 1) \cdot Np + 2, \quad (12)$$

где K115 и Np – параметры, заданные во входном файле galacf26.dat и описанные в п. 4.4.

Начинается запись с момента времени T в безразмерных единицах, затем следует E – кинетическая энергия всей системы. Затем для каждого тела выводятся три координаты: x, y, z и при ключе K115 = 1 проекции скорости vx, vy, vz. Все эти параметры, как и время, даны в безразмерных единицах (см. п. 2).

Количество записей в файлах и их объем определяется параметрами, описанными в п. 4.4. При небольшом количестве записей создается только один файл траекторий traekt.prn. В его конце производится запись общих 10 параметров задачи: T, Tem, Em, Ett, AMz1, Nb, Lsls, Um, omm, Amz,

где T – время конца счета задачи;

Tem – момент времени с наибольшей кинетической энергией системы;

Em – максимальная кинетическая энергия системы;

Ett – тепловая энергия системы в конце счета задачи;

AMz1 – момент количества движения всей системы относительно оси z на первом шаге счета;

Nb – количество тел в системе в начале счета;

Lsls – количество слияний, т.е. количество тел, которые при сближении с другим телом были объединены в одно тело;

Um – наибольшая скорость за все время счета;

omm – масса наибольшего тела;

AMz – момент количества движения всей системы относительно оси z в конце счета.

В случае выдачи предшествующих файлов, например 1t, файл traekt.prn имеет такой же объем, и после завершающей записи в нем содержатся записи, оставшиеся от предшествующего файла.

Кинетическая энергия системы в программе Galactica рассчитывается по формуле

$$E = \sum_{i=1}^n 0.5 m_i v_i^2 = 0. \quad (13)$$

Как уже отмечалось, расчет тепловой энергии при слиянии двух тел проводится по формуле (11). Как будет показано далее в п. 8 момент количества движения $AMz = M_z$ определяется по формуле (14).

7. Описание файла сближений dice.dat

Как уже упоминалось в п. 4.3, при ненулевом параметре Nbd происходит расчет расстояний сближений тела с номером Nbd с другими телами. После завершения K13 шагов счета в файл dice.dat записывается три числа: время сближения на наименьшее расстояние с определенным телом, номер этого тела и величина расстояния. Количество таких записей в этом файле определяется как $Ltk \cdot Ltk2 / K13$.

Эта опция использовалась нами для исследования сближений астероидов с планетами и Луной [6-7]. На рис. 1 и рис. 7 работы [7] представлены результаты, которые получены на основании данных файла dice.dat.

8. Выдача на экран дисплея

При решении задачи на персональном компьютере программой Galactica с графической опцией на экран дисплея через определенное число шагов интегрирования уравнений выдается численная информация о процессе интегрирования и картина положения планет с векторами скорости (см. рис. 1). Эти данные позволяют наблюдать процесс решения и качественно определять его достоверность. При решении программой без графики на экран выдается только числовая информация, а при решении на суперкомпьютере эта информация поступает в файл выходного потока.

Первые 16 параметров повторяют значения общих параметров:

TO, omm, Um, dTp, Px, Py, Pz, AMx, AMy, AMz, Spsx, Spsy, Spsz, E, Em, Ett, файлов начальных условий и результатов интегрирования, описанных в п. 5. Оставшиеся три параметра представляют номер шага интегрирования L_t , его величину dT и изменение δM_z момента количества движения в проекции на ось z (следует отметить, что полный номер шага интегрирования состоит из произведения $Ltk \cdot Ltk2$).

1.00000000000000E-010	9.986599585707880E-001	15.262213869302140
1.00000000000000E-010	1.734723475976807E-018	-1.084202172485504E-018
2.422673047824909E-018	1.081760992678619E-005	-1.606331142603044E-004
3.791217242035128E-004	0.00000000000000E+000	0.00000000000000E+000
0.00000000000000E+000	8.608432591162210E-003	8.608432591162210E-003
0.00000000000000E+000	1	1.00000000000000E-007
0.00000000000000E+000		

Значения параметров

Юпитер

$T, m_{max}, v_{max}, dT_p, P_x, P_y, P_z, M_x, M_y, M_z, S_x, S_y, S_z,$

$E, E_{max}, E_t, L_t, dT, \delta M_z$



Рис. 1. Представление на экране дисплея (вид с южного полюса) результатов численного интегрирования системы уравнений (6). Курсивом даны пояснения и расшифровка числовых параметров.

Эти величины позволяют легко анализировать эволюцию системы и процесс интегрирования уравнений (6). Каждая из этих величин: наибольшая масса $omm = m_{max}$, количество движения P , момент количества движения M , сумма собственных моментов количества движения S , кинетическая E , тепловая энергия E_t всей совокупности тел и относительное изменение (δM_z) проекции момента M на ось z , постановщику задачи позволяет получить представление о ходе решения, а в случае ошибки – локализовать ее место нахождения.

Одним из важных факторов контроля является относительное изменение момента δM_z . При отсутствии внешних воздействий момент количества движения системы, например в проекции на ось z ,

$$M_z = \sum_{i=1}^n m_i(v_{yi} x_i - v_{xi} y_i) = \text{const}, \quad (14)$$

не должен изменяться. Поэтому относительное изменение момента

$$\delta M_z = (M_z - M_{z0})/M_{z0}, \quad (15)$$

где M_{z0} – величина момента количества движения в начальный момент времени, должно быть равно нулю. Если его значение не равно нулю, то это свидетельствует о погрешностях при численном интегрировании задачи. О показателе точности δM_z и связи его с погрешностью координат и скоростей более детально дано в работах [4-5].

Отличие от нуля составляющих количества движения всей системы тел P_x , P_y , P_z может информировать о появлении погрешностей в каком-то направлении. Необычно высокие значения максимальных массы $om_{\max}$ и скорости $U_{\max}$ постановщику задачи также подскажут вероятную причину погрешности.

9. Образцы входных файлов galacf26.dat

В папке InpFiles представлены образцы входных файлов: в самой папке и входящей в нее папке Area. Пример входного файла galacf26.dat использовался в задаче о многослойных кольцевых структурах [8]. В файле FrtnColr.bmp представлены номера цветов от 1 до 12 в стандартной графике Фортрана. Эти цвета можно задавать для изображения векторов скорости определенных частиц. Как уже отмечалось ранее, цвета задаются параметрами `irp()` во входном файле.

В папке Area представлено 6 примеров входного файла galacf26.dat при задании начальных условий для взаимодействующих тел, полученных разделением области вещества на определенное число тел. Вместо расширения «dat» имена этих файлов содержат символы, которые идентифицируют получаемую систему тел. Для каждого входного файла приведен графический файл с расширением bmp, имя которого начинается с этих символов. Ниже перечислены задачи, которым соответствуют эти файлы:

- 1) galacf26.3br – радиальное взаимодействие трех тел;
- 2) galacf26.3b1 – три тела при задании угловой скорости вращения первоначальной области;
- 3) galacf26.4bo – четыре тела при задании угловой скорости вращения;
- 4) galacf26.64r – радиальное взаимодействие 64 тел;
- 5) galacf26.64w – взаимодействие 64 тел при задании угловой скорости вращения области;
- 6) galacf26.65b – взаимодействие 65 тел, в том числе 64 тела области и отдельного тела, расположенного на расстоянии от области.

Образцы входных файлов galacf26.dat имеются также в папке InCndFls\Preprtn для запуска на счет трех образцов файлов начальных условий: axsyimb30.dat, axsyimb3c.dat и axsyimb3t.dat в графическом режиме счета.

10. Файлы начальных условий решенных задач

В папке InCndFls представлены файлы исходных данных и начальных условий решенных задач. Структура данных в этих файлах описана в п. 5. Здесь рассмотрим некоторые сведения об их использовании.

В этой папке находятся три вида файлов: 1) файлы начальных условий; 2) файлы изображений тел, которые имеют имена такие же, как и имена файлов первого вида; 3) входные файлы galacf26.dat, имена которых состоят из g26 и имен файлов первого вида. Файлы последнего вида приведены не для всех, а только для типичных задач.

Файлы sn49f.dat и sn49jplc.dat применялись при исследовании эволюции и Солнечной системы на интервале времени в 100 млн. лет [4-5]. В них представлены массы, координаты и скорости планет, Солнца и Луны на дату 30.12.1949 г. с юлианским днем $JD = 2433280.5$. Данные в файле sn49jplc.dat получены по более поздним эфемеридам Jet Propulsion Laboratory (JPL), чем файл sn49f.dat, а именно по DE406. Поэтому данные в этом файле точнее отражают свойства Солнечной системы. В этих файлах приводятся данные для 11 тел. Кроме того, зарезервирована строка для 12-ого тела. В эту строку можно занести данные космического аппарата или астероида, чтобы исследовать его движение в Солнечной системе.

В файле sn69JPA2.dat приведены начальные условия на дату 28 июня 1969 г. с $JD = 2440400.5$. В нем кроме вышеупомянутых тел имеются параметры трех астероидов: Церера, Паллада и Веста, т.е. всего 14 тел. Массы, координаты и скорости в этом файле получены из опорных данных эфемерид DE405 [9]. По сравнению с файлами sn49f.dat и sn49jplc.dat расчет по этому файлу дает более высокую точность совпадения результатов расчета с эфемеридами DE406 для планет от Юпитера до Плутона.

В файлах sn49e5n.dat, sn49e5n2.dat и sn49e5n3.dat представлены данные о составных моделях (1-ой, 2-ой и 3-ей, соответственно) вращения Земли [4, 10]. Данные об одиннадцати телах Солнечной системы предшествуют данным о телах модели вращения Земли. Их параметры основаны на тех же данных, что и параметры файла sn49f.dat, за исключением массы Земли. В этих файлах масса центрального тела составной Земли уменьшена на массу периферийных тел модели.

В файлах sn49S6J4.dat и sn49S6J5.dat представлены данные о 4-ой и 5-ой, соответственно, составных моделях Солнца [11-14]. Вначале идут данные об 11 телах Солнечной системы. Они основаны на тех же данных, что и параметры файла sn49jplc.dat, за исключением массы Солнца. Масса центрального тела модели Солнца уменьшена на массу периферийных тел его модели. Затем приводятся параметры периферийных тел модели. В файле sn49S6J5.dat модель состоит из 10 тел, а в файле sn49S6J4.dat – из 5 тел.

В файле sn49S6J6.dat представлены исходные данные и начальные условия задачи о воздействии составной модели Солнца только на Меркурий [15]. В этом файле представлены два объекта: Меркурий и составная модель Солнца, которая состоит из центрального тела в окружении 10 периферийных тел.

В файлах sn08AsAp.dat и sn08AsDA.dat [6, 7, 16-19] приведены данные об 11 телах Солнечной системы и астероидах: Апофис и 1950 DA, соответственно, на дату 30.11.08 г. с юлианским днем JD = 2454800.5. Массы 11 тел Солнечной системы такие же, как и в файле sn49jplc.dat. Их координаты и скорости основаны на эфемеридах DE406. Координаты и скорости астероидов рассчитывались по нашей методике [7] на основании их орбитальных элементов, взятых из базы малых тел NASA [20-21].

В файле Sn2010Ap.dat данные для Солнечной системы и Апофиса приведены на дату 04.01.2010 г. с юлианским днем JD = 2445200.5. Массы те же, что и в файле sn49jplc.dat. Координаты и скорости Апофиса из тех же источников, что и в предыдущих файлах (см. [7]).

В файлах snKo2102.dat и snKo2110.dat приведены исходные данные и начальные условия двух моделей трехслойных кольцевых структур: второй и десятой, соответственно [8, 22]. Масса системы тел равна массе всей Солнечной системы. В первом файле представлена устойчивая структура с массой центрального тела, равной массе Солнца, а во втором – неустойчивая структура с массой центрального тела, равной половине массы Солнца.

Как уже отмечалось ранее, все параметры в файлах даны в безразмерном виде: массы отнесены к массе Mss системы тел в килограммах, размеры к характерному размеру Am системы в метрах, скорость умножена на коэффициент kv в сек/м. Для задач, связанных с Солнечной системой, безразмерное время выражено в сидерических столетиях, и принята барицентрическая экваториальная система координат на эпоху 2000.0 года. Для файла sn49f.dat – эпоха 1950.0 года. В конце файлов приведена информационная строка с датой создания начальных условий, количеством тел, Mss, Am, kv.

Кроме вышеперечисленных файлов папки InCndFls имеются еще три файла начальных условий axsymb30.dat, axsymb3c.dat и axsymb3t.dat, которые относятся к осесимметричному взаимодействию 30, 300 и 3000 тел, соответственно. Они находятся в папке Preprtn и могут использоваться для тестирования исполняемых модулей. Кроме того в этой папке приведены образцы входных файлов galacf26.dat для запуска на счет упомянутых трех файла начальных условий. Во входных файлах установлены параметры для хорошего представления результатов в графическом режиме счета.

11. Файлы исполняемых модулей

В папке RunFiles находятся исполняемые модули. В таблице 2 приведены имена основных исполняемых модулей для персонального компьютера и для суперкомпьютера с операционной системой типа Unix. В именах приняты некоторые обозначения. Символы glc означают Galactica. Цифра 3 означает 3-ой вариант, который был подготовлен для

общего использования; последний номер варианта в индивидуальном использовании был 34а. Буква «b» с последующими символами означает количество тел.

Таблица 2. Имена основных исполняемых модулей программы Galactica

Количество взаимодействующих тел	Для персонального компьютера		На суперкомпьютере в системе UNIX
	Без графики	С графикой	
30	glc3b30.exe	glc3pb30.exe	glc3b30; glc3b30e
300	glc3b3c.exe	glc3pb3c.exe	glc3b3c
3000	glc3b3t.exe	glc3pb3t.exe	glc3b3t

Исполняемые файлы без графики скомпилированы с помощью Fortran PowerStation v4.0. Исполняемые файлы с графикой, которые скомпилированы с помощью Compaq Visual Fortran PowerStation v6.5 со стандартной графикой Фортрана, имеют в имени букву p.

Дополнительно к файлам, перечисленным в таблице, в папке RunFiles имеются исполняемые модули с графикой glc3cb30.exe и glc3b1c2.exe на 30 и 120 тел, соответственно. Эти модули скомпилированы Microsoft FORTRAN Compiler V.5.00 и работают на персональных компьютерах под управлением устаревшей системы DOS.

Модуль с именем glc3b30e на 30 тел для суперкомпьютера работает с расширенной длиной числа (34 десятичных знака). Он может считывать файл начальных условий с числами двойной длины, а в файлах результатов все числа будут четверной длины. Скорость счета этим модулем в 33 раза меньше, чем другими модулями. Имеет смысл использовать его при решении таких задач как сближение астероида с небесным телом или для расчета движения космического аппарата с участками взлета и посадки, т.е. при наличии в задаче сближения тел на малое расстояние. Все модули, кроме вышеупомянутого, работают с числами двойной длины.

12. Создание файла начальных условий

После ознакомления с предшествующими разделами исследователь может приступить к постановке своей задачи. В каждой задаче могут возникнуть различные проблемы, для решения которых потребуются свои подзадачи. Ряд таких проблем решен нами в тех задачах, которые опубликованы в работах [1, 2, 4-8, 10-19, 22-23]. Когда все проблемы решены и определена конфигурация системы тел и начальное движение, можно приступить к созданию файла исходных данных и начальных условий. Применительно к задаче осесимметричного взаимодействия N -тел [24] в файле InCnPrpr.mcd дан образец алгоритма для подготовки файла начальных условий. Этот образец выполнен в среде программирования MathCad (см. Приложение 1). Его можно реализовать на любом языке программирования или в среде других математических пакетов. Далее по пунктам этого образца прокомментируем основные действия. В этой задаче задается такая конфигурация взаимодействующих тел: вокруг центрального тела осесимметрично расположены периферийные тела. Они имеют такие скорости, чтобы совершать движение по эллиптическим орбитам с эксцентриситетом e .

В п. 12.1 Приложения 1 дано количество N_b взаимодействующих тел и длины индексов i и $i1$. Так как индекс начинается с нуля, то его наибольшее значение N меньше N_b на единицу.

В п. 12.2 определены основные константы: гравитационная постоянная G , астрономическая единица AU, сидерический год в днях P_{sd} и в секундах P_{sdsc} .

В п. 12.3 представлены массы Земли m_{Er} , Солнца M_s , Солнечной системы M_{ss} , плотности тел ρ_{oba} , большая полуось орбиты (a) движения периферийных тел, ее эксцентриситет (e) и наклон ϵ плоскости орбит к плоскости координат xu , которая принята как плоскость экватора Земли.

В п. 12.4 для всех взаимодействующих тел рассчитываются массы в килограммах и радиусы в метрах.

Затем в п. 12.5 по алгоритму работ [1, 2, 24] определяются координаты и скорости периферийных тел в плоскости орбиты. Здесь используются обозначения, введенные нами в книге «Теория взаимодействия» [1-2]: параметр траектории α_1 , параметр взаимодействия μ_1 , а также параметры перицентра: R_p – радиус и v_p – скорость.

Этот алгоритм рассчитан на взаимодействие любого числа тел. Поэтому необходимо убедиться, что телам не будет тесно на орбите. С этой целью выполняется проверка: расстояние между телами d_0 , отнесенное к сумме их радиусов, не превышает 50. В случае превышения в п. 12.1 с помощью коэффициента k_a увеличивается большая полуось a .

Задача осесимметричного взаимодействия тел нами точно решена [1, 2, 24]. Периферийные тела в данном случае движутся по эллипсам. В п. 12.6 вычисляются эти орбиты и строятся на графиках в координатах $y_{nb}(x_{nb})$. Индексом $i2=1,3..N$ в MathCad можно задавать построение графиков не для всех тел. В данном случае орбиты строятся для каждого третьего тела. Эти графики подтверждают, что запланированная конфигурация взаимодействующих тел действительно осесимметрична, и тела движутся по эллиптической орбите с необходимым эксцентриситетом e .

В п. 12.7 плоскость орбит поворачивается на угол ϵ относительно оси x . В этом случае дифференциальные уравнения (6) «работают» по всем трем осям: x , y и z , несмотря на то, что первоначальная постановка задачи – плоская. Благодаря этому повороту к рассмотренным в [4, 5] двум десяткам критериям достоверности задачи добавляется еще один. Если при интегрировании уравнений (6) результаты будут давать орбиты, которые отклоняются от первоначальной плоскости, то эти отклонения составят погрешности метода интегрирования.

В п. 12.8 происходит переход к безразмерным переменным. Здесь – m_{sN+1} – сумма масс всех тел системы, A_m – масштабный фактор длины в метрах, а k_t и k_v в соответствующих единицах СИ – масштабные коэффициенты времени и скорости. Они описаны в параграфе 2.

В этом примере масштабный фактор A_m рассчитывается из условия, чтобы единица безразмерного времени была равна сидерическому столетию $100 \cdot P_{sd}$. Так как A_m определяется с некоторой погрешностью при извлечении кубического корня, то далее используется процедура уточнения величины A_m .

В п. 12.9 в соответствии с формулами (4)-(5) переменные приводятся к центру масс системы. Здесь, например, X_{sN+1} и V_{xsN+1} – координата и скорость центра масс. В рассматриваемой задаче изначально центр масс находится в начале координат. Поэтому эти величины близки к нулю. Тем не менее, эту процедуру необходимо выполнять и значения параметров центра масс нужно проверять. Это является одним из методов контроля алгоритма расчета начальных условий. В данном случае видно, что значения этих параметров не выше $4 \cdot 10^{-19}$. Поэтому, получения результатов расчетов по программе Galactica с меньшей погрешностью необходимо начальные условия подготавливать с большей точностью. Например, подготавливать их с большей длиной числа, чем в среде MathCad.

В п. 12.10 рассчитаны проекции M_{xN+1} , M_{yN+1} и M_{zN+1} моментов количества движения всей системы тел и его модуль M_0 . Для данной задачи общий момент количества движения всей системы может быть рассчитан также по формуле:

$$M_0 = (Nb - 1) \cdot m_1 \cdot R_p \cdot v_p. \quad (16)$$

Далее проводится проверка. Сумма безразмерных масс системы должна быть равна единице. Определяется относительная погрешность момента M_0 от его значения M_{00} , рассчитанного по формуле (16), а также относительная погрешность масштабных факторов A_m , k_t и k_v . Эти проверки позволяют выявить погрешность алгоритма, а также величину вычислительной погрешности. Как видно, невязка масштабных факторов равна нулю. Этот результат достигнут уточнением величины A_m в п. 12.8.

В п. 12.11 проводится расчет числа Mu , которое используется во входном файле `galacf26.dat` для задания начальных условий для распределенного в области вещества. В данной задаче параметр Mu не используется. Однако для правильного изображения тел в графическом режиме нужно его согласовать с числом тел Nb . В таблице приведены примеры согласованных параметров при разных числах тел Nb :

B	C	Mu	Nb
0.5	0.25	4	30
0.9	0.6	7	300
0.9	0.7955	15	3000

В п. 12.12 осуществляется запись исходных данных и начальных условий в файл с расширением `“.prn”`, например, `axsymb30b.prn`. Этот файл состоит из 15 столбцов. Две первые строки содержат общие данные, состоящие из 24 параметров. Поэтому шесть нулей в конце второй строки нужно удалить и переименовать файл с расширением `“.dat”`, например, `axsymb30b.dat`.

После первых двух строк идет столько строк по 15 величин, сколько тел. В конце записана информационная строка, первое число которой является дата: год, месяц, число создания файла начальных условий.

На последующих двух графиках представлены координаты и скорости системы тел. Они являются проверкой искомой конфигурации задачи, запланированной при ее постановке. Как видно из графиков, координаты и скорости тел представляют собой осесимметричные картины, т.е. соответствуют задаче осесимметричного взаимодействия тел.

Рассмотренной программой `InCnPrpr.mcd` были созданы файлы: `axsymb30.dat`, `axsymb3c.dat` и `axsymb3t.dat` на 30, 300 и 3000 тел, соответственно. С помощью этих файлов можно проверять работу соответствующих исполняемых модулей, определять полные погрешности решения задачи, подбирать шаг интегрирования для обеспечения необходимой точности решения задачи.

В конце настоящего образца программы изложены еще два вопроса, которые бывают необходимы при задании начальных условий. В п. 12.13 рассмотрен алгоритм расчета количества шагов Ltk и скорректированной величины шага по времени dTc для точного решения задачи от одной даты с юлианским днем $JD1$ до другой с юлианским днем $JD2$. Потребность в этом расчете возникает при решении задач взаимодействия тел в Солнечной системе.

Если при расчете с помощью программы `Galactica` безразмерное время используется в сидерических столетиях, то разница времени ΔTjd в юлианских днях преобразуется в число ΔT в сидерических днях. При заданном шаге dT вычисляется расчетное число шагов $Ltkr$, которое округляется до близкого значения Ltk . Затем определяется скорректированный шаг dTc .

Расчет здесь выполнен для двух вариантов: 1) в режиме продолжения счета при ключе $K13$, равном 1 или 3, и 2) в режиме первоначального счета при $K13 = 2$ или 4. В последнем случае, как уже отмечалось ранее, счет на первом шаге выполняется с $0.001 \cdot dT$.

В конце выполнена проверка рассчитанных величин Ltk и dTc .

В п. 12.14 приведен алгоритм считывания файла начальных условий или файла результатов типа `garez28.dat`. В этом возникает необходимость при задании начальных условий на основании файла результатов аналогичной задачи. Кроме того, этот алгоритм может быть использован для анализа результатов.

В первой строке задано количество тел Nbg и длины индексов ig и $ig2$. В отличие от оператора `READPRN` используется оператор `READ`. Он позволяет считывать неупорядоченный файл. После считывания нужные величины могут быть изображены, как показано на графике.

13. Порядок решения задачи

После того, как исследователь определился с конфигурацией системы взаимодействующих тел, их массами, размерами и начальными условиями: координатами и скоростями тел, необходимо приступить к созданию файла начальных условий. Чтобы перейти к безразмерным переменным нужно кроме массы системы M_s выбрать еще один масштабный фактор: расстояние A_m или единицу безразмерного времени. В последнем случае величина A_m определится через это время.

В соответствии с п. 12 подготовить файл начальных условий, например, с именем `initial.dat`. При подготовке этого файла необходимо стремиться ввести в алгоритм все возможные проверки (в п. 12 ряд таких проверок приведен), чтобы обеспечить полное соответствие параметров файла задуманной конфигурации задачи. Нужно обязательно, как показано в п. 12, вывести конфигурацию положений тел и их скоростей в графическом виде. При большом количестве тел – это самый надежный способ проверки. Затем подготовить числовые величины входного файла `galacf26.dat`. В п. 4 описаны параметры этого файла и указано основное их функциональное значение. Для первых запусков задачи использовать только самые необходимые функции. В дальнейшем, по мере необходимости можно по одной добавлять остальные функции.

Из папки `RunFiles` выбрать необходимый исполняемый модуль. Например, если в системе взаимодействующих тел их количество $k_2 = 29$, то необходимо выбрать модуль на 30 тел. Модулем на большее количество тел можно также решать задачу. Однако он будет использовать больше оперативной памяти компьютера, а в ряде случаев это может сказаться на скорости решения задачи.

Если исследователь впервые решает задачу с помощью программы *Galactica*, то ему следует из папок `InCndFls`, `Preprtn` и `InpFiles` выбрать образцы входного файла и файла начальных условий и опробовать работу выбранного исполняемого модуля в разных режимах работы.

После этого исследователь может запустить на счет свою задачу: вначале на 1 шаг, затем на несколько шагов. Могут возникнуть ошибки считывания входного файла или файла начальных условий. В этом случае необходимо независимо от программы *Galactica* образом считать эти файлы, например, программой `InCnPrprg.mcd` с помощью оператора `READ` и вывести значения всех величин. Как правило, ошибки считывания входного файла легко можно обнаружить сравнением с таким же файлом, который успешно считывается.

При большом времени счета необходимо на небольших интервалах времени определить время счета одного шага и рассчитать время решения всей задачи. По формулам из п. 5 и п. 6, рассчитать количество выдаваемых файлов результатов: 1, 2, 3 ... `garez28.dat` и `1t`, `2t`, `3t` ... `traekt.prn`. Убедиться, что их объем не превышает выделенного для решения задачи объема.

После запуска на счет исполняемого модуля по выдаваемым данным на экран дисплея или в файл выходного потока (см. рис. 1) можно следить за ходом решения задачи. Для постановщика задачи любой из 20 выдаваемых параметров из п. 8 может свидетельствовать о ее особенностях. Поведение этих параметров может предсказать наличие ошибки в постановке задачи или, наоборот, подтвердить правильную ее постановку, и даже помочь предвидеть конечный результат.

Для анализа результатов необходимо представить их в графическом виде. Необходимо анализировать изменение координат отдельных тел во времени, определять их траектории. Если траектории циклические, то необходимо определять элементы орбит тел и анализировать эволюцию элементов во времени.

В вышеупомянутых наших работах разработан ряд методов и программ для анализа результатов расчетов. В последующем мы планируем доработать эти программы для общего пользования и приложить их к системе *Galactica*.

Литература

1. Смутьский И.И. Теория взаимодействия. - Новосибирск: Из-во Новосиб. ун-та, НИЦ ОИГГМ СО РАН, 1999 г. - 294 с. http://www.ikz.ru/~smulski/TVfulA5_2.pdf.
2. Smulsky J.J. The Theory of Interaction. - Ekaterinburg, Russia: Publishing house "Cultural Information Bank", 2004. - 304 p. (In English http://www.ikz.ru/~smulski/TVEnA5_2.pdf)
3. Смутьский И.И. Динамика (Конспект лекций по теоретической механике для строительных специальностей). Вторая редакция. - Тюмень: ТюмГАСА. - 2004 г. 88 с. 200 экз. <http://www.ikz.ru/~smulski/Dinmk3A5.pdf>.
4. Мельников В.П., Смутьский И.И. Астрономическая теория ледниковых периодов: Новые приближения. Решенные и нерешенные проблемы. - Новосибирск: Академическое изд-во «Гео», 2009. - 98 с. Книга на двух языках. С обратной стороны: Melnikov V.P., Smulsky J.J. Astronomical theory of ice ages: New approximations. Solutions and challenges. - Novosibirsk: Academic Publishing House "GEO", 2009. - 84 p. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/AsThAnR.pdf>.
5. Гребеников Е.А., Смутьский И.И. Эволюция орбиты Марса на интервале времени в сто миллионов лет / Сообщения по прикладной математике. Российская Академия Наук: ВЦ им. А.А. Дородницына. М.: ВЦ РАН А.А. Дородницына. - 2007. 63 с. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/EvMa100m4t2.pdf>.
6. Smulsky J.J., Smulsky Ya.J. Evolution of Apophis Orbit for 1000 Years and New Space Targets // "Protecting the Earth Against Collisions with Asteroids and Comet Nuclei" - Proceedings of the International Conference "Asteroid-Comet Hazard-2009", Eds.: A. Finkelstein, W. Huebner, V. Shor. - Saint-Petersburg: "Nauka". - 2010. -Pp. 390-395. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/EvAp3Ec.pdf>.
7. Смутьский И.И., Смутьский Я.И. Эволюция движения астероидов Апофис и 1950 DA за 1000 лет и возможное их использование / Институт криосферы Земли СО РАН. - Тюмень, 2011. - 36 с. - ил. : 10. Библиогр.: 27 назв. - Рус. - Деп. 13.в ВИНТИ 25.01.11 г. № 21-B2011. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/EvAp1950c.pdf>.
8. Смутьский И. И. Многослойные кольцевые структуры// Письма в ЭЧАЯ. 2011. Т. 8, No. 5(168). С. 737-743. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/MnsKoStr4c.pdf>.
9. Standish E.M. JPL Planetary and Lunar Ephemerides, DE405/LE405 // Interoffice Memorandum: JPL IOM 312. F - 98-048. August 26. 1998. <ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets/ioms/de405.iom.pdf>.
10. Мельников В. П., Смутьский И.И., Смутьский Я.И. Составная модель вращения Земли и возможный механизм взаимодействия континентов // Геология и Геофизика, 2008, №11, с. 1129-1138. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/RGGRu190.pdf>.
11. Смутьский И.И. Составная модель вращения Солнца и смещение перигелия Меркурия / Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики. Материалы VI Всероссийской научной конференции, посвященной 130-летию Томского государственного университета и 40-летию НИИ Прикладной Математики и Механики Томского государственного университета. Томск, 30 сентября – 2 октября 2008 г. – 2008 г. – С. 433-434. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/ModSun51c.pdf>.
12. Smulsky J. J. Gravitation, Field and Rotation of Mercury Perihelion// Proceedings of the Natural Philosophy Alliance. 15th Annual Conference 7-11 April 2008 at the University of New Mexiko, Albuquerque, USA. Vol. 5, No. 2. Published by Space Time Analyses, Ltd. Arlington, MA, USA.- 2009. - Pp. 254-260. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/08Smulsky2c.pdf> <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/ModSun04.pdf> (перевод).
13. Smulsky J.J. New Components of the Mercury's Perihelion Precession // Natural Science. Vol. 3, No.4, 268-274 (2011). doi:10.4236/ns.2011.34034. <http://www.scirp.org/journal/ns> или <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/NCmMePNSc.pdf>.
14. Smulsky J.J. Computer calculation of components of the Mercury's perihelion precession. In: "Computer Algebra Systems in Teaching and Research. Differential Equations, Dynamical Systems and Celestial Mechanics", L. Gadowski, M. Jakubiak, A.N. Prokopenya (Eds.). -

- Siedlce, Wydawnictwo Collegium Mazovia, 2011. - Pp. 217-223.
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/ComCMePr2c.pdf>.
15. Смульский И.И. Численное моделирование эволюции спутника вращающегося тела / В сб. Теоретические и прикладные задачи нелинейного анализа. Российская Академия Наук: ВЦ им. А.А. Дородницына. М.: ВЦ РАН А.А. Дородницына. – 2008. С. 100-118.
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/ModSun07c.pdf>.
16. Смульский И.И., Смульский Я.И. Движение Апофиса за 1000 лет и возможное его изменение / Современная баллистика и смежные вопросы механики: Сборник материалов научной конференции. - Томск: Томский государственный университет, 2010 г. - С. 315-316. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/DvizhAp3.pdf>.
17. Смульский И.И., Смульский Я.И. Превращение астероидов в спутники - реальное направление в противоастероидной защите Земли // Труды Конгресса-2010 "Фундаментальные проблемы естествознания и техники". Часть II (М - У). Серия "Проблемы исследования Вселенной". Выпуск 34-2. Санкт-Петербург, 2010. - С. 263 - 272.
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/PrAsSp04c.pdf>.
18. Смульский И.И. Движение астероида 1950 DA за 1000 лет и возможное превращение астероида в спутник // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: сборник материалов конференции, посвященной 50 - летию полета Ю.А. Гагарина и 90 - летию со дня рождения основателя и первого директора НИИ ПММТУ А. Д. Колмакова, 12 - 14 апреля 2011 г. Томск: Томский государственный университет. - 2011. - с. 400-401.
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/Dv1950DA.pdf>.
19. Смульский И.И., Кротов О.И. Расчет движения Апофиса за 100 лет по двум программам: Galactica и Horizons // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: сборник материалов конференции, посвященной 50 - летию полета Ю.А. Гагарина и 90 - летию со дня рождения основателя и первого директора НИИ ПММТУ А. Д. Колмакова, 12 - 14 апреля 2011 г. Томск: Томский Государственный университет. - 2011. - с. 402-403. <http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/CIAPGIH20.pdf>.
20. JPL Small-Body Database. Jet Propulsion Laboratory. California Institute of Technology. 99942 Apophis (2004 MN4). <http://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi?sstr=Apophis;orb=1>.
21. Bowell E. The Asteroid Orbital Elements Database. Lowell Observatory.
<ftp://ftp.lowell.edu/pub/elgb/>.
22. Смульский И.И. Конструирование кольцевых структур / Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики. Материалы VI Всероссийской научной конференции, посвященной 130-летию Томского государственного университета и 40-летию НИИ Прикладной Математики и Механики Томского государственного университета. Томск, 30 сентября – 2 октября 2008 г. – 2008 г. – С. 431-432.
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/CnsKoStr2.pdf>.
23. Смульский И.И. Оптимизация пассивной орбиты с помощью гравиманевра // Космические Исследования, 2008, том 46, № 5, с. 484–492.
<http://www.ikz.ru/~smulski/Papers/KOS0484.pdf>.
24. Смульский И.И. Осесимметричная задача гравитационного взаимодействия N-тел // Математическое моделирование. - 2003, т. 15, № 5, с. 27-36.
<http://www.smul1.newmail.ru/Russian1/IntSunSyst/Osvnb4.doc>.

Приложение 1. Образец программы в среде MathCad для создания файла начальных условий

InCnPrpr.mcd . Example of calculation of the initial conditions for the program Galactica. Completed 11.02.2012, modified 11.02.2012. 18:00

12.1. Number of bodies

$$Nb := 30 \quad N := Nb - 1 \quad i := 0..N \quad i1 := 1..N$$

12.2. Constants

$$G := 6.67259 \cdot 10^{-11} \quad AU := 1.49597870691 \cdot 10^{11} \quad P_{sd} := 365.25636042 \quad k_{sd_Jc} := \frac{P_{sd}}{36525}$$

$$dsc := 24 \cdot 3600 \quad P_{sdsc} := P_{sd} \cdot dsc$$

12.3. Properties of bodies and of their motions

$$m_{Er} := 5.9742 \cdot 10^{24} \quad M_S := 332951.3 \cdot m_{Er} \quad M_{SS} := 1.991787350282 \cdot 10^{30}$$

$$Roba := 5000 \quad k_a := 1 \quad a := k_a \cdot AU \quad e := 0.2056 \quad \epsilon_0 := 0.409$$

12.4. Masses of bodies in kg and their radiuses in m

$$m_0 := M_S \quad m_{i1} := \frac{M_{SS} - M_S}{N} \quad ram_1 := \left(\frac{3 \cdot m_1}{4 \cdot \pi \cdot Roba} \right)^{\frac{1}{3}}$$

12.5. Coordinates and velocities of bodies accordingly to:

Smulsky J.J. Axisymmetrical problem of gravitational interaction of N-bodies // Mathematical mode
2003, Vol. 15, No 5, Pp. 27-36. (In Russian
<http://www.smul1.newmail.ru/Russian1/IntSunSyst/Osvnb4.doc>).

$$\alpha_1 := -\frac{1}{1+e} \quad Rp := a \cdot \frac{2 \cdot \alpha_1 + 1}{\alpha_1} \quad f_N := 0.25 \cdot \sum_{i2=2}^{Nb} \frac{1}{\sin\left[\frac{(i2-1) \cdot \pi}{Nb}\right]} \quad \mu_1 := -G \cdot (m_0 + m_1 \cdot f_N)$$

$$vp := \sqrt{\frac{\mu_1}{\alpha_1 \cdot Rp}} \quad d\phi := \frac{2 \cdot \pi}{N} \quad \phi_{0_{i1}} := (i1 - 1) \cdot d\phi \quad \alpha_1 = -0.829462508294625$$

Coordinates and velocities in the plane of orbits, in m and m/sec

$$x_{0_{i1}} := Rp \cdot \cos(\phi_{0_{i1}}) \quad y_{0_{i1}} := Rp \cdot \sin(\phi_{0_{i1}}) \quad z_{0_{i1}} := 0 \quad \mu_1 = -1.328291002571689 \cdot 10^{20}$$

$$vx_{0_{i1}} := -vp \cdot \sin(\phi_{0_{i1}}) \quad vy_{0_{i1}} := vp \cdot \cos(\phi_{0_{i1}}) \quad vz_{0_{i1}} := 0 \quad f_N = 16.83864734027538$$

Checking the distanses between bodies. If d is less than 50, it is need to increase a.

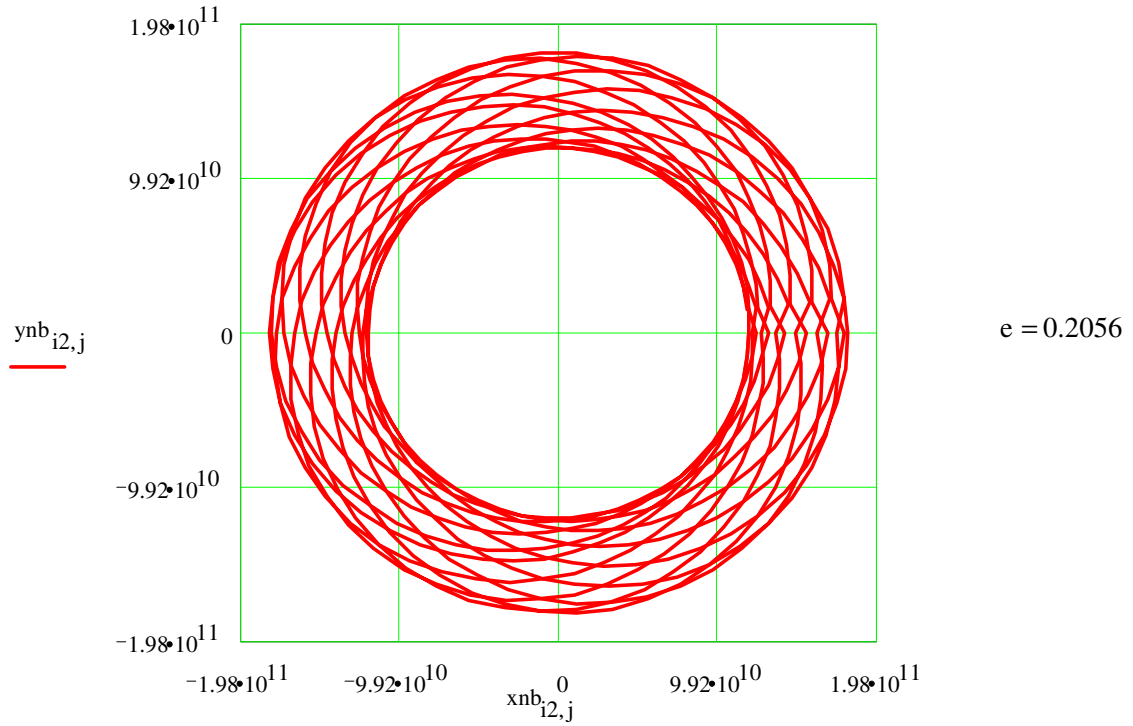
$$do := \sqrt{(x_{0_2} - x_{0_1})^2 + (y_{0_2} - y_{0_1})^2 + (z_{0_2} - z_{0_1})^2} \quad d := \frac{do}{(2 \cdot ram_1)} \quad d = 784.3895396357486$$

12.6. The exact motion of bodies. Checking the planned configuration of the problem

$$J := 50 \quad \phi_0 := 0 \quad j := 1..J \quad \phi_j := \phi_{j-1} + \frac{2 \cdot \pi}{J}$$

$$rnb_{i1,j} := \frac{Rp}{\left[(\alpha_1 + 1) \cdot \cos(\phi_j - \phi_{0i1}) - \alpha_1 \right]} \quad Ra := \frac{Rp}{\left[-(\alpha_1 + 1) - \alpha_1 \right]} \quad D_M := 1.1 \cdot Ra$$

$$xnb_{i1,j} := rnb_{i1,j} \cdot \cos(\phi_j) \quad ynb_{i1,j} := rnb_{i1,j} \cdot \sin(\phi_j) \quad i2 := 1, 3..N$$



12.7. Coordinates and velocities in the equatorial plane

$$xm_{i1} := xo_{i1} \quad ym_{i1} := yo_{i1} \cdot \cos(\epsilon_0) - zo_{i1} \cdot \sin(\epsilon_0) \quad zm_{i1} := yo_{i1} \cdot \sin(\epsilon_0) + zo_{i1} \cdot \cos(\epsilon_0)$$

$$vxms_{i1} := vxo_{i1} \quad vyms_{i1} := vyo_{i1} \cdot \cos(\epsilon_0) - vzo_{i1} \cdot \sin(\epsilon_0) \quad vzms_{i1} := vyo_{i1} \cdot \sin(\epsilon_0) + vzo_{i1} \cdot \cos(\epsilon_0)$$

$$xm_0 := 0 \quad ym_0 := 0 \quad zm_0 := 0 \quad vxms_0 := 0 \quad vyms_0 := 0 \quad vzms_0 := 0$$

12.8. The transition to the dimensionless variables

$$ms_0 := 0 \quad ms_{i+1} := ms_i + m_i \quad mo_i := \frac{m_i}{ms_{N+1}}$$

Determination of the length scale that the dimensionless time unit is equal one sidereal century

$$k_t := \frac{1}{100 \cdot P_{sdsc}} \quad Am := \left[\frac{(G \cdot ms_{N+1})^{\frac{1}{3}}}{k_t^2} \right]^{\frac{1}{3}} \quad Am = 1.097960770309581 \cdot 10^{13}$$

Clarification of Am

$$Am := 1.097960770309582 \cdot 10^{13} \quad k_v := \sqrt{\frac{Am}{G \cdot ms_{N+1}}} \quad Am := \frac{1}{k_t \cdot k_v} \quad Am = 1.097960770309582 \cdot 10^{13}$$

$$x_1 := \frac{xm_1}{Am} \quad y_1 := \frac{ym_1}{Am} \quad z_1 := \frac{zm_1}{Am} \quad ra_1 := \frac{ram_1}{Am}$$

$$vx_1 := vxms_1 \cdot k_v \quad vy_1 := vyms_1 \cdot k_v \quad vz_1 := vzms_1 \cdot k_v$$

12.9. The center of mass of the interacting bodies

$$Xc_0 := 0 \quad Yc_0 := 0 \quad Zc_0 := 0 \quad Vxc_0 := 0 \quad Vyc_0 := 0 \quad Vzc_0 := 0$$

$$Xc_{i+1} := Xc_i + mo_i \cdot x_i \quad Yc_{i+1} := Yc_i + mo_i \cdot y_i \quad Zc_{i+1} := Zc_i + mo_i \cdot z_i$$

$$Vxc_{i+1} := Vxc_i + mo_i \cdot vx_i \quad Vyc_{i+1} := Vyc_i + mo_i \cdot vy_i \quad Vzc_{i+1} := Vzc_i + mo_i \cdot vz_i$$

Coordinates and velocities relatively the center of mass

$$x_i := x_i - Xc_{N+1} \quad y_i := y_i - Yc_{N+1} \quad z_i := z_i - Zc_{N+1} \quad Xc_{N+1} = -1.058791184067875 \cdot 10^{-22}$$

$$vx_i := vx_i - Vxc_{N+1} \quad vy_i := vy_i - Vyc_{N+1} \quad vz_i := vz_i - Vzc_{N+1} \quad Vxc_{N+1} = -3.388131789017201 \cdot 10^{-19}$$

12.10. Angular momentum of the system of bodies

$$Mx_1 := 0 \quad My_1 := 0 \quad Mz_1 := 0$$

$$M1x_1 := -mo_1 \cdot (vy_1 \cdot z_1 - vz_1 \cdot y_1) \quad M1y_1 := mo_1 \cdot (vx_1 \cdot z_1 - vz_1 \cdot x_1) \quad M1z_1 := mo_1 \cdot (vy_1 \cdot x_1 - vx_1 \cdot y_1)$$

$$Mx_{i+1} := (Mx_i) + M1x_i \quad My_{i+1} := (My_i) + M1y_i \quad Mz_{i+1} := (Mz_i) + M1z_i$$

$$Mx_{N+1} = 1.97659249147141 \cdot 10^{-23} \quad My_{N+1} = -6.087427365523565 \cdot 10^{-5}$$

$$Mz_{N+1} = 1.404436095090305 \cdot 10^{-4}$$

Verification

$$msr_0 := 0 \quad msr_{i+1} := msr_i + mo_i \quad msr_{N+1} = 1.0000000000000002$$

$$M00 := \frac{N \cdot mo_1 \cdot Rp \cdot vp \cdot k_v}{Am} \quad M0 := \sqrt{(Mx_{N+1})^2 + (My_{N+1})^2 + (Mz_{N+1})^2}$$

$$\frac{M0 - M00}{M0} = -1.770774882285912 \cdot 10^{-16} \quad \left(Am - \frac{1}{k_t \cdot k_v} \right) \cdot \frac{1}{Am} = 0$$

12.11. To coordinate the size of area with the number of bodies need to change the B <= 1 and C1 <= 1 so that Nbar >= Nb.

$$B := 0.5 \quad C1 := 0.25 \quad Mu := \text{ceil} \left[\left(Nb + 1 \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad dT := 1 \cdot 10^{-6} \quad Mu = 4$$

$$Nbar := (1 + Mu) \cdot (1 + Mu \cdot B) \cdot (1 + Mu \cdot C1) \quad Nbar = 30 \quad Nb = 30$$

B	C	Mu	Nb
0.5	0.25	4	30
0.9	0.6	7	300
0.9	0.7955	15	3000

Продолжение приложения 1.

12.12. Writing data to the file name.prn

```

k := 0..14      l := 7..12      l2 := 5..14      R0,k := 0      R0,7 := MxN+1      R0,8 := MyN+1
R0,9 := MzN+1  R1,0 := 0      R1,1 := dT      R1,2 := 1      R1,3 := 1      R1,4 := Nb
R1,5 := 1      R1,6 := B      R1,7 := C1      R1,8 := Mu      Ri+2,0 := moi      Ri+2,1 := xi
Ri+2,2 := yi      Ri+2,3 := zi      Ri+2,4 := vxi      Ri+2,5 := vyi      Ri+2,6 := vzi      Ri+2,7 := 0
Ri+2,13 := rai      Ri+2,14 := 0

```

Information line at end of file l3 := Nb + 2

```

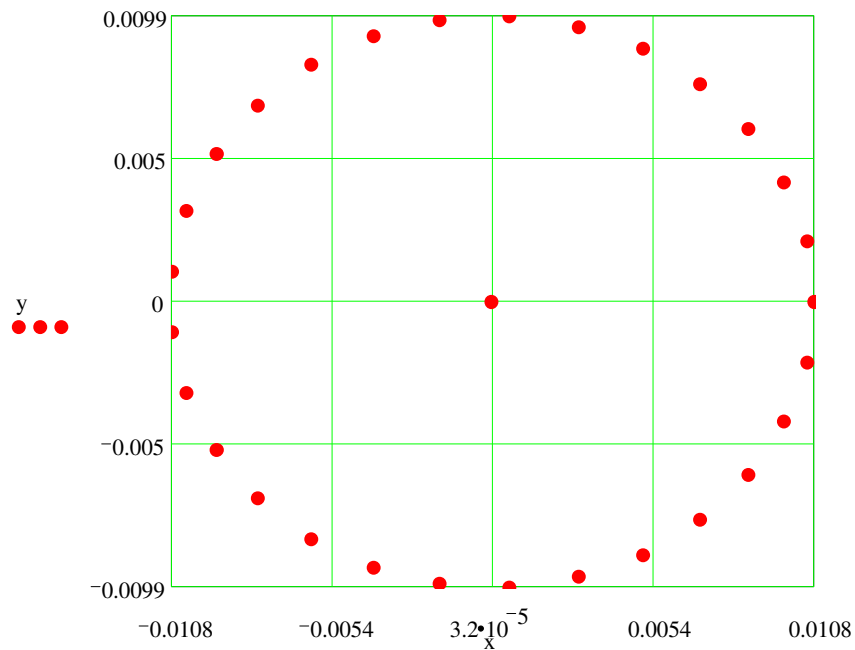
R13,0 := 20120211  R13,1 := Nb  R13,2 := MSS  R13,3 := Am  R13,4 := kv  R13,12 := 0

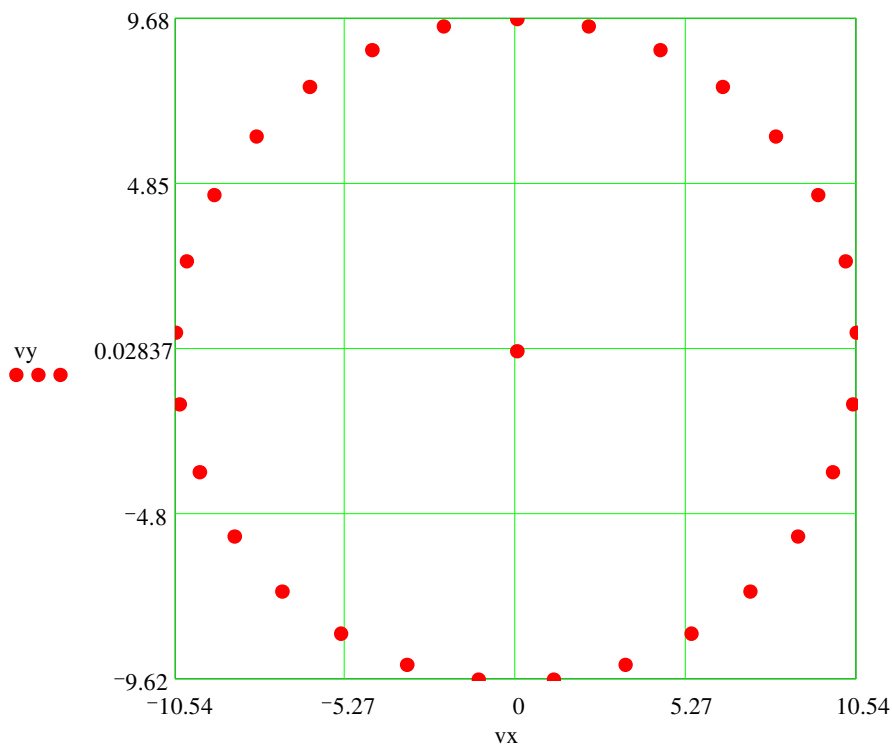
```

WwwwRITEPRN("axsy**mb3t.prn**") := R "axsy**mb30.prn**" "axsy**mb3c.prn**" "axsy**mb3t.prn**"

It is necessary 6 zero at the end of 2-nd line of a file name.prn to remove and to renanfile into a name.dat.

Verification coordinates and velocities





12.13. Calculating the number of steps and the step size for an accurate account from one d. with Julian day JD1 to another date with the JD2.

$$JD1949 := 2433280.5 \quad JD1969 := 2.4404005 \cdot 10^6 \quad JD1999 := 2.4515425 \cdot 10^6 \quad dT = 1 \cdot 10^{-6}$$

$$JD1 := JD1949 \quad JD2 := JD1969 \quad \Delta T_{jd} := \frac{JD2 - JD1}{36525} \quad \Delta T := \frac{\Delta T_{jd}}{k_{sd_Jc}} \quad Ltkr := \frac{\Delta T}{dT}$$

$$Ltkr = 1.949315815284605 \cdot 10^7 \quad Ltk := 19500000$$

At kl3 = 1 or = 3 for file garez28.dat

$$dTc1 := \frac{Ltkr \cdot dT}{Ltk} \quad dTc1 = 9.996491360433874 \cdot 10^{-7}$$

At kl3 = 2 or = 4 for file name.dat

$$dTc2 := \frac{Ltkr \cdot dT}{Ltk - 0.999} \quad dTc2 = 9.996491872561842 \cdot 10^{-7}$$

Verification

$$Ltk \cdot dTc1 - \Delta T = 0$$

$$(Ltk - 1) \cdot dTc2 + 0.001 \cdot dTc2 - \Delta T = 0$$

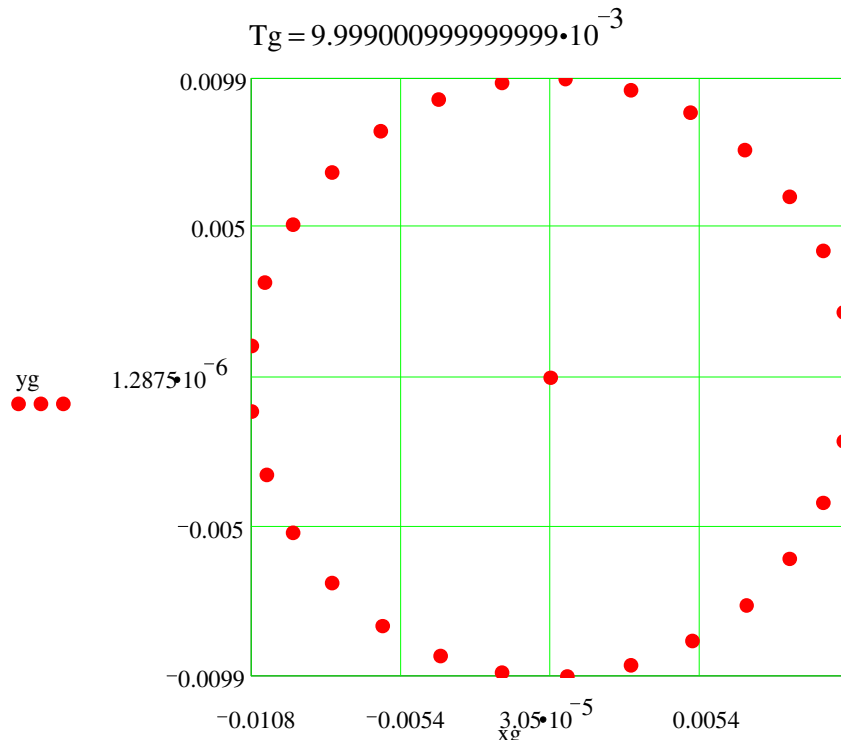
12.14. Reading the file of type garez28.dat

```

Nbg := 30    Ng := Nbg - 1    ig := 0..Ng    ig2 := 0..23 + Nbg·15
P2_ig2 := READ("garez28.dat")    "garez28.dat"    "g28c10"

Tg := P2_0    m_max := P2_1    v_max := P2_2    dTpg := P2_3    P_xg := P2_4    Pyg := P2_5    Pyg := P2_6
M_xg := P2_7    Myg := P2_8    M_zg := P2_9    S_sxg := P2_10    S_syg := P2_11    S_szg := P2_12
Eg := P2_13    Eg_max := P2_14    Etg := P2_15    dTg := P2_16    i2b := P2_17    j2b := P2_18
k2b := P2_19    Ag := P2_20    Bg := P2_21    Cg := P2_22    Mug := P2_23
mog_ig := P2_24+ig·15    xg_ig := P2_25+ig·15    yg_ig := P2_26+ig·15    zg_ig := P2_27+ig·15
vxg_ig := P2_28+ig·15    vyg_ig := P2_29+ig·15    vzg_ig := P2_30+ig·15    rag_ig := P2_37+ig·15

```



Приложение 2. Моды дисплея в стандартной графике Фортрана

Символьный аргумент	Код	Описание
\$MAXRESMODE	-3	graphics mode with highest resolution
\$MAXCOLORMODE	-2	graphics mode with most colors
\$DEFAULTMODE	-1	restore screen to original mode
\$TEXTBW40	0	40 x 25 text, 16 grey
\$TEXTC40	1	40 x 25 text, 16/8 color
\$TEXTBW80	2	80 x 25 text, 16 grey
\$TEXTC80	3	80 x 25 text, 16/8 color
\$MRES4COLOR	4	320 x 200, 4 color
\$MRESNOCOLOR	5	320 x 200, 4 grey
\$HRESBW	6	640 x 200, BW
\$TEXTMONO	7	80 x 25 text, BW
\$HERCMONO	8	720 x 348, BW for HGC
\$MRES16COLOR	13	320 x 200, 16 color
\$HRES16COLOR	14	640 x 200, 16 color
\$ERESNOCOLOR	15	640 x 350, BW
\$ERESCOLOR	16	640 x 350, 4 or 16 color
\$VRES2COLOR	17	640 x 480, BW
\$VRES16COLOR	18	640 x 480, 16 color
\$MRES256COLOR	19	320 x 200, 256 color
\$ORESCOLOR	64	640 x 400, 1 of 16 colors (Olivetti)